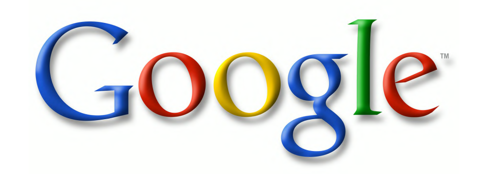

Google





BD
38
.E64
Epstein
A 813,830
University of Michigan



Die logischen Principien der Zeitmessung.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doctorgrades

der philosophischen Facultät

der

UNIVERSITÄT LEIPZIG

vorgelegt

von

JOSEPH EPSTEIN.

BERLIN 1887.

Druck von C. Feicht, Adlerstr. 5.



Sucht man sich eine Vorstellung zu bilden, auf welchem Wege der Zeitbegriff sich entwickelt haben könnte, so darf man vielleicht annehmen, dass derselbe auf einer ersten Stufe nur dem Bedürfniss entsprochen habe, Ordnung in die Welt der Erinnerungen zu bringen. Die Himmelserscheinungen boten ein System besonders lebhafter und Allen gemeinsamer Eindrücke, auf Grund dessen man im Stande war, Beziehungen zwischen eigenen Erinnerungen und denen Anderer festzustellen. Die fortdauernde Beobachtung der Aufeinanderfolge ein und derselben Phänomene legte es nahe, auch auf eine stete Wiederkehr zu rechnen und das Bezugsystem über das bereits Beobachtete hinaus auszudehnen. So hatte man ein gemeinsames Schema, in das sich alle geschehenen oder erst zu erwartenden Ereignisse einordnen liessen. Da man häufig, um die Lage eines solchen festzulegen, etwa die von einem bestimmten Termine an verflossenen Tage zu zählen hatte, gewöhnte man sich in der Zahl der zwischen zwei Ereignissen verstrichenen Tage ein Maass ihres Abstandes zu erblicken. Damit setzte man implicite die Tage hinsichtlich ihrer »Dauer« einander gleich und konnten dieselben nunmehr als ein Maass der Zeit erscheinen, welche jetzt aus einem blossen Ordnungsschema eine selbständige Grösse geworden war. In der Erhaltung eines Maasses derselben sah man sich bald nicht auf die kosmischen Phänomene beschränkt, und da die auf verschiedenem Wege gewonnenen Maasse unter einander nicht übereinstimm-

ten, entstand die Frage, welches derselben als das allein richtige anzusehen sei. Keines unter ihnen trug die Gewähr in sich, darauf Anspruch erheben zu können, alle unterliegen sie vielmehr gröberen oder geringeren Schwankungen. Es muss also von jeder speciellen Erscheinungsform der Zeit und einem durch sie gegebenen Maasse derselben abstrahirt werden und man gelangt zu dem Begriffe einer absoluten Zeit. Sie besitzt alle die Eigenschaften vollständig, welche dem nach unsern Methoden als Zeit gemessenen Begriffe in um so höherem Maasse zukommen, je vollkommener diese Methoden sind. Im Gegensatz zu der bürgerlichen Zeit, welche bald schneller bald langsamer fliesst, ist der Fluss der absoluten Zeit ein stets gleichmässiger.

Bezeichnen wir im gewöhnlichen Leben den Gang einer Uhr als unregelmässig, so geschieht dies in Rücksicht auf Abweichungen ihrer Angaben von einem anderen Werthe der Zeit, dessen Richtigkeit uns wahrscheinlicher erscheint, etwa von dem Mittelwerth der Angaben aller übrigen Uhren. Wenn wir aber die Möglichkeit zugeben, dass in einem Moment alle Uhren etwa zu schnell gehen könnten, so schwebt uns hierbei als Norm jene absolute Zeit selbst vor, deren mehr oder minder getreues Abbild uns die Uhren vermitteln sollen. Stehen wir doch auch mit unserer Zeiteinheit, in Rücksicht auf welche wir unsere Uhren normiren, auf dem Boden der absoluten Zeit! Was besagt dann aber die obige Charakteristik der absoluten Zeit, sie fliesse gleichmässig dahin? »Gleichmässig« verlangt eigentlich einen Zusatz, worauf sich nämlich die Gleichmässigkeit beziehen soll; fehlt dieser, so beziehen wir die Gleichmässigkeit auf eines der oberen Systeme, in welche wir unsere Vorstellungen einzuordnen gewohnt sind: Zeit oder Raum. Da nun in unserem Falle nur das zeitliche Gebiet in Frage kommt, ist die obige Charakteristik der absoluten Zeit entweder inhaltsleer, insofern diese die idealste Zeitform ist und daher ihr Verlauf

durch keinen Vergleich mit einer Normalzeit definirt werden kann, oder sie ist trivial, indem sie etwas als in Bezug auf sich selbst gleichmässig bezeichnet. Und doch konnten wir nicht umhin, derselben Erwähnung zu thun, da ein Locke[1]), Newton[1]), D'Alembert[2]) und Andere mehr sich haben verführen lassen, von einem gleichmässigen Flusse der Zeit zu reden, ja geglaubt haben, denselben ausdrücklich hervorheben zu müssen.

In der Einleitung zu den Principien nimmt Newton Gelegenheit, sich über Raum, Zeit und Bewegung zu äussern. Er definirt diese Begriffe nicht — er setzt sie als hinreichend bekannt voraus. Aber da dieselben mit ihren eigentlichen, »absoluten« Werthen in die Gesetze der Bewegung eingehen, die er im Folgenden entwickeln will, so hält er es für nöthig, den Unterschied zwischen der wissenschaftlichen Zeit etc. und den entsprechenden landläufigen Begriffen auseinanderzusetzen. Was er hierbei über die absolute Zeit sagt, soll uns für das Folgende als Anknüpfungspunkt dienen:

> »Die absolute, wahre, mathematische Zeit fliesst in sich und ihrer Natur nach ohne Beziehung zu irgend etwas Anderem gleichmässig und wird auch Dauer genannt. Die relative, scheinbare oder bürgerliche Zeit ist das sinnlich wahrnehmbare, äussere (exakte oder ungenaue) Maass der Dauer an der Bewegung, welche der grosse Haufe statt der wahren Zeit benutzt: wie Stunde, Tag, Monat, Jahr«[3]).

Diese Unterscheidung zwischen »absolut« und »relativ« hinsichtlich der Zeit ist konform derjenigen, welche auch hinsichtlich des Raumes, des Ortes und der Bewegung eingeführt wird, Grössen, welche wir ja auch nicht an

---

[1]) Vgl. weiter unten.

[2]) D'Alembert, Traité de Dynamique, II. éd. Discours Prélim. p. VII.

[3]) Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, Definitiones, Scholium.

sich, sondern nur in ihrem Reflex auf unsere Sinne zu erkennen und zu messen vermögen. Die absoluten Grössen darl hierbei nicht etwa Abstraktionen, Postulate unsererseits, mehr Einführung der Rechtfertigung bedarf — nein, sie von je. ihm auf gleicher Stufe wie die »causae verae«[1]), und durch s. System aus diesen die Naturphänomene abzuleiten man geldiegt es ihm ob, die eigentliche Beschaffenheit der besitzt al Grössen mit der abweichenden Form, in der sie unsern meinen, in Einklang zu bringen, die Thatsache zu erklären und weiterhin mit ihr zu rechnen, dass keine Uebereinstimmung zwischen unsern Maassen und den durch sie gemessenen Grössen stattfindet.

Der dies bewirkende Fehler schleicht sich auf für das räumliche und für das zeitliche Gebiet verschiedenem Wege ein. Den Raum selbst vermögen wir nicht wahrzunehmen, sondern nur die ihn erfüllenden Körper, und auf diese müssen wir daher unsere Erkenntniss desselben (und damit die des Ortes und der Bewegung) stützen. Dies würde zur Festlegung anderer räumlicher Gebilde ausreichen, wenn wir von jenen Körpern wüssten, dass sie ihren Ort im absoluten Raume unverändert beibehalten. Aber sind wir zu einer solchen Annahme berechtigt? Im Gegentheil: »Es kann sein, dass überhaupt kein Körper in Wirklichkeit ruht, sodass man auf ihn Ort und Bewegung beziehen könnte«[2]).

Anders wiederum hinsichtlich der Zeit!

Hier ist es nicht der Ausgangspunkt der Vermessung, wel-

---

[1]) »Aufgabe der wahren Naturwissenschaft ist es, die Natur der Dinge aus den wirklich vorhandenen Ursachen abzuleiten: also die Gesetze zu suchen, durch welche es dem höchsten Meister gefiel, diese Welt so herrlich zu ordnen: nicht diejenigen, durch die er dies gekonnt hätte, wenn er gewollt hätte. Denn es liegt nichts Widersinniges darin, dass dieselbe Wirkung sich aus mehreren, von einander verschiedenen Ursachen ergeben kann.« (Cotes in der Finleitung zu der in Newton's Auftrag von ihm besorgten Ausgabe der Principien).

[2]) Newton, l. c.

cher sich uns unbemerklich zu verschieben droht, nein, hie mangelt uns die Gewissheit, dass der benutzte Maassstab sel uf sich unverändert erhält. Die relative Zeit Newton's ist wir wir gesehen, das an der Bewegung gewonnene Maass der ke[1]), Sie würde mit der absoluten Zeit zusammenfallen, w haben Bewegung eine unveränderliche, d. h. eine gleichförm der Zeit Wie steht es aber mit der Erfüllung dieser Bedingun h hervor- möglich, dass es überhaupt keine gleichmässige Bewe durch die sich die Zeit exakt messen liesse. Vielleic Newton alle Bewegungen zu oder ab, aber der Fluss der absoluten Zeit bleibt unverändert[1]).« Ein Merkmal der Gleichmässigkeit oder Ungleichmässigkeit einer Bewegung giebt Newton nicht, und somit ist man in der That nicht im Stande, auf dem eingeschlagenen Wege zur Kenntniss der absoluten Zeit vorzudringen.

Sind wir aber auf Zuhilfenahme der Bewegung allein angewiesen, oder giebt es nicht vielleicht andere Mittel, die Zeit zu messen, sodass die Relativität der Zeit Newton's nur eine Folge der speciellen von ihm befolgten Maassmethode wäre? Diese Frage ist dem Newton'schen Geiste fremd. Die Entwicklungen der Principien fussen auf dem Begriffe der absoluten Zeit; nur um Missverständnissen vorzubeugen, weist Newton in der Einleitung auf die Inkongruenz hin, welche zwischen dieser Grösse und ihrem thatsächlichen, nicht ihrem möglichen Maasse besteht. Und als das thatsächliche Maass erscheint ihm eben die Bewegung[2]).

Soll jedoch das Problem der Zeitmessung erkenntnisstheoretisch allgemein behandelt werden, so genügt es nicht

---

1) Newton, l. c.

2) Man könnte meinen, es bedinge weiterhin die Relativität des räumlichen Elementes der Bewegung einen ferneren Fehler des Zeitmaasses. Aber mit Unrecht! Wir bedürfen keineswegs einer hinsichtlich des Räumlichen absolut gleichmässigen Bewegung; es würde vielmehr vollständig genügen, wenn die Bewegung hinsichtlich eines relativen Raumes gleichmässig wäre. Für die praktische Zeitmessung könnte sogar nur eine solche in Betracht kommen.

von dem gegebenen Begriffe der Zeit auszugehn und unter Zugrundelegung der üblichen Maassmethode die Fehler darzulegen, welche aus dem Verhältniss des Untersuchungsobjektes zum untersuchenden Subjekt entspringen, sondern empfiehlt es sich, das Problem von der mehr psychologischen Seite aus in Angriff zu nehmen: den Weg zu untersuchen, auf dem wir überhaupt erst zu einem Bewusstsein der Zeit und ihres Maasses gelangen. Dies geschieht bei Locke:

»Um Zeit und Ewigkeit richtig zu verstehen, müssen wir sorgfältig beachten, welches die Idee ist, die wir von der Dauer haben, und wie wir zu ihr gelangten. Jedem, der nur auf die Vorgänge im eigenen Bewusstsein achtet, ist klar, dass hier ein Zug der Ideen existirt, deren fortwährend in seinem Verstande eine der anderen folgt, solange er wacht[1]).«

Auf dem Wege der Reflexion gewinnen wir zunächst die Idee der Aufeinanderfolge und daran anschliessend die der Dauer. Die Sensation giebt uns an regelmässigen, periodischen Erscheinungen die Idee einer konstanten Zeitlänge, eines Zeitmaasses, dessen Anwendung wir dann auch auf solche Zeiten ausdehnen, in denen uns das ursprüngliche Moment der Zeitvorstellung fehlt, während welcher keinerlei Ideenfolge in uns verläuft. Solche augenscheinlich (apperently) gleiche Zeitlängen liefern uns periodische Erscheinungen, wie z. B. die Bewegung der Sonne, eine Erscheinung, welche man aus praktischen Gründen vor anderen als den Zeitfluss bestimmend bevorzugt hat, wodurch die irrige Meinung hervorgerufen wurde, als ob zwischen Zeit und Bewegung ein engerer, innerer Zusammenhang bestände als zwischen Zeit und irgend einem andern periodischen Vorgang.

Locke übertrifft hier Newton bei Weitem an Univer-

---

[1]) John Locke, An Essay Concerning Human Understanding, book II, chap. XIV, § 3.

salität der Auffassung: jeder periodisch sich wiederholende Vorgang kann nach ihm als Zeitmass dienen. Die Schwierigkeit einer theoretisch einwurfsfrei fundirten Zeitmessung liegt bei ihm in der Ungewissheit, ob der zu benutzende Vorgang sich wirklich in gleicher Weise wiederholt. Der Tag, der zunächst auf Grund der psychologischen Zeitanschauung für konstant gehalten wurde, hat sich schärfern Untersuchungsmethoden gegenüber als inkonstant erwiesen. Auch auf das Pendel, welches neuerdings für Zwecke der Zeitmessung in Anwendung gebracht werde, können wir uns in dieser Beziehung nicht verlassen »da wir nicht sicher sein können, dass die uns unbekannte Ursache dieser Bewegung immer in gleicher Weise wirke[1]).« In der Praxis müssen wir uns also mit Zeitmaassen begnügen, deren Genauigkeit nicht nachgewiesen ist, und daher muss zwischen unserm Maasse der Zeit und ihrer wirklichen Dauer unterschieden werden:

»Wir müssen daher sorgfältig zwischen der Dauer selbst und den Maassen unterscheiden, die wir zur Beurtheilung ihrer Länge heranziehen; die Dauer selbst muss man als in demselben konstanten, gleichmässigen und gleichförmigen Laufe verfliessend ansehen. (Duration in itself is to he considered as going on in one constant, equal, uniforme Course). Aber von keinem der von uns für sie angewandten Maasse lässt dieses sich konstatiren.«

So kommen der unbedingte Empirismus des Naturforschers und der reflektirende des Erkenntnisstheoretikers von entgegengesetzten Seiten zu dem nämlichen Resultate, dass unsere Maasse der Zeit nicht das messen, was sie vorgeben. Bei Newton ist die gleichmässige Bewegung das strenge Maass der Zeit, aber uns fehlt die Gewissheit, dass wir über eine gleichmässige Bewegung verfügen. Nicht nur

---

1) Locke, l. c. § 21.

die gleichmässige Bewegung, sagt Locke, nein, jeder periodische Vorgang giebt ein Zeitmaass ab; aber wir kennen keinen solchen wissentlich und müssen uns daher mit Schätzung der Zeit am Zuge unserer Ideen und mit Messung derselben an den üblichen, vielleicht ungeeigneten Maassen begnügen:

»Alles, was wir für ein Maass der Zeit thun können, ist, ein solches herauszugreifen, welches fortwährend aufeinanderfolgende Erscheinungen in anscheinend (seemingly) gleich langen Perioden darbietet. Für diese scheinbare Gleichheit (seeming equality) haben wir kein anderes Maass, als dasjenige, welches der Zug unserer eigenen Ideen in uns festgelegt hat in Uebereinstimmung mit andern Wahrscheinlichkeitsgründen, die für ihre Gleichheit sprechen[1]).«

Aber Locke geht noch weiter! Wir können überhaupt nie zu einem nachweisbar korrekten Zeitmaasse gelangen! Denn abgesehen von der Beschränktheit unserer Auffassung, ohne Rücksicht auf die von uns anzuwendende Methode, existirt ein im Wesen der Zeit selbst begründetes und darum unüberwindliches Hinderniss ihres Maasses:

»Bleibt die Kenntniss des Begriffes der Dauer klar, so kann doch von keinem ihrer Maasse nachgewiesen werden, dass es exakt ist. Da keine zwei Theile der Aufeinanderfolge zusammengelegt werden können, ist es in der That stets unmöglich deren Gleichheit zu erkennen[2]).«

Locke konstatirt hiermit einen principiellen Unterschied zwischen Raum- und Zeitmessung, zu dessen Kennzeichnung wir noch die folgenden Worte anführen:

»Für die Raummessung brauchen wir nur einen Maassstab, welchen wir auf den Körper anwenden, hinsichtlich dessen

---

1) Locke, l. c. § 21.
2) Locke, l. c. § 21.



Ausdehnung wir uns unterrichten wollen; aber für die Zeitmessung ist dies unmöglich, weil zwei diskrete Zeitelemente nicht zur Deckung gebracht werden können, um sich so aneinander zu messen[1]).«

Gegen diese Argumentation scheint sich kaum etwas einwenden zu lassen. Und in der That enthält das, was Leibniz ihr in den Nouveaux Essais entgegensetzt, im Grunde nur eine Bestätigung ihrer Triftigkeit:

»Uebrigens können wir gar nicht behaupten, dass ein Raummass, z. B. eine Elle, welche man in Holz oder Metall festlegt, vollständig gleich bleibe[2]).«

Denn was will es besagen, dass auch die Konstanz der Raummaasse sich nicht von heute auf morgen feststellen lässt? Leibniz hätte noch weiter gehen und darauf hinweisen können, dass das Nämliche auch für alle andern Maasseinheiten: Gewichte u. s. w. gelte. Aber die Locke'sche Behauptung wird hierdurch nicht im Mindesten berührt. Vermag der Umstand, dass eine Schwierigkeit nicht ein Gebiet allein, sondern auch noch andere betrifft, derselben etwas von ihrem Gewichte zu benehmen? Sodann aber lässt sich doch nicht verkennen, dass die Schwierigkeit erkenntnisstheoretisch gerade für die Zeit von ganz besonderer Wichtigkeit ist. Ihre Bedeutung für das räumliche Gebiet z. B. entspringt nur aus unserer speciellen Gewohnheit, das Urtheil über räumliche Gleich- oder Verschiedenheit darauf zu gründen, dass wir die Untersuchungsobjekte nach einander mit demselben Grundmaasse vergleichen. Aber für diese Methode finden sich keine zwingenden Gründe im Raumbegriffe selbst. Warum sollen wir nicht auch das Verhältniss der gleichzeitigen Grösse verschiedener Objekte feststellen können? Hier-

---

1) Locke, l. c. § 18.

2) Leibnitz, Nouveaux Essais sur l'Entendement Humain, liv. II, chap. XIV, § 21.

auf wären wir beschränkt, und das weitaus wichtigste Anwendungsgebiet der Raummaasse: die Charakterisirung eines Gegenstandes durch Angabe seiner Dimensionen als dauernde Eigenschaft fiele weg. An Stelle dessen träte sein Grössenverhältniss zu den andern in einem bestimmten Momente[1]). Bei der Zeit hingegen würde es nicht genügen, von einer blossen Beschränkung zu reden, sondern, wenn es im Allgemeinen nicht möglich ist, zwei Grössen zu verschiedenen Zeiten mit einander zu vergleichen, dann stellt die Aufgabe der Zeitmessung ein überhaupt unlösbares Problem dar.

Bei der fundamentalen Bedeutung, welche das Locke-sche Argument für jede Theorie der Zeitmessung hat, können wir nicht umhin, dasselbe einer eingehenden Analyse zu unterziehen. Es sei gestattet, hierbei an Ausführungen eines neueren Erkenntnisstheoretikers anzuknüpfen, der die gekennzeichnete Schwierigkeit dadurch besonders scharf hervortreten lässt, dass er — ähnlich wie Locke — das Zeitmaass dem Raummaasse gegenüberstellt. In einem Kapitel »über subjektive, objektive und absolute Zeit« sagt O. Liebmann[2]) hinsichtlich der objektiven Zeitlänge und der Zeitmessung:

»Diese Fragen involviren nun bekanntlich eine gewisse Schwierigkeit, die sich niemals vollständig entfernen lässt. Alles Messen beruht auf Vergleichen. Eine Grösse A wird dadurch gemessen, dass man eine andere Grösse B derselben Art, welche willkürlich als Einheit oder Maassstab gewählt worden ist, mit ihr in Vergleichung bringt und dann zählt, wie oft in ganzen Zahlen oder Bruchtheilen das B in dem A enthalten ist. Zwei objektive Zeitgrössen können aber gar nicht, wie zwei Raumgrössen direkt mit

---

[1]) Hierdurch wäre übrigens praktisch nichts geändert, da sich bald die Konstanz dieses Grössenverhältnisses ergeben würde, und man hierauf fussend die gewöhnlichen Maassmethoden wieder in Anwendung bringen könnte.

[2]) Liebmann, Zur Analysis der Wirklichkeit, p. 75.

einander verglichen werden, weil sie nicht wie diese zugleich, sondern nach einander da sind. Wenn die eine da ist, ist die andere noch nicht oder nicht mehr da. Linie kann ich auf Linie, Fläche auf Fläche legen, um über ihre Kongruenz oder Inkongruenz und ihr Grössenverhältniss zu entscheiden, nicht aber Stunde auf Stunde und Tag auf Tag.«

Können aber wirklich — muss ich dem entgegensetzen — zwei Raumtheile direkt mit einander verglichen werden? (Wo der eine ist, will mir scheinen, ist der andere nicht.) Die Geometrie vergleicht allerdings verschiedene Raumtheile mit einander und stützt sich hierbei auf die Kongruenzsätze. Aber was besagen denn eigentlich diese Kongruenzsätze? Beispielsweise, dass zwei Dreiecke gleich sind, wenn die dasselbe umschliessenden Seiten es sind. Dieser Satz gilt in Rücksicht auf das Axiom von der Kongruenz der Raumelemente untereinander (wonach ein räumliches Gebilde unbeschadet aller seiner Eigenschaften an jede andere Stelle versetzt werden kann) und zwar auf Grund des Umstandes, dass ein Dreieck an gegebenem Orte durch jene drei Stücke auch in den übrigen eindeutig bestimmt ist. Identificiren wir den physikalischen Raum mit demjenigen der Geometrie, so ergiebt sich aus Allem zunächst nur die thatsächliche Möglichkeit kongruenter Raumgebilde. Die Bedingungen der Kongruenz sind thatsächlich erfüllbare, ob sie aber im einzelnen Falle auch wirklich erfüllt sind, darüber steht uns kein Urtheil zu, da wir kein Kriterium für die Gleichheit von Linienelementen haben. Die principielle Schwierigkeit, welche Liebmann hinsichtlich der Zeitmessung anerkennt, hinsichtlich der Raumessung läugnet, ist also für letztere gleichfalls vorhanden und wird nur auf ein beschränkteres Gebiet, dasjenige der Lineargeometrie verwiesen. Für dieses als gehoben vorausgesetzt, kommt sie auf Grund der ebenen und räumlichen Kongruenzsätze für Flächen

und Körper nicht mehr in Betracht. Denn weder Arithmetik und Algebra, noch die specielleren mathematischen Disciplinen, Geometrie und Mechanik, vermögen Fragen zu beantworten, bei denen die Natur eines ihnen unterlegten Substrates ins Spiel kommt. Die Arithmetik beschäftigt sich mit gleichartigen Grössen, und auf alle Komplexe von solchen sind ihre Resultate anwendbar. Ob aber zwei Grössen gleichartig sind oder nicht, das zu entscheiden ist nicht Sache der Arithmetik. Wenn ein Kilogramm Kaffee *a* Mark kostet, lehrt die Arithmetik, so kosten zwei Kilogramm 2*a* Mark. Ob aber im speciellen Falle zwei bestimmte Kilogramme Kaffee das Doppelte kosten, als deren eines, das ist keine Frage der Mathematik allein: zur Lösung dieser Frage muss in jedem einzelnen Falle die Waarenkunde herangezogen werden. Wenn zwischen bestimmten Strecken Gleichheit stattfindet, schliesst die Geometrie, bestehen gewisse Beziehungen zwischen den durch sie definirten Raumgebilden. Ob aber zwei Strecken gleich sind, ist eine Frage, deren Beantwortung der Mathematik nicht möglich ist, und welche diese als bereits gelöst voraussetzt; und eben weil diese jene Frage als gelöst voraussetzt, und wir ziemlich von klein auf uns praktisch und theoretisch mit Geometrie beschäftigen, gewöhnen wir uns daran, sie stets als gelöst zu betrachten und bedürfen erst einer kritischen Ueberlegung, um hier überhaupt ein Problem zu finden, während uns das entsprechende auf zeitlichem Gebiete bei Weitem näher lag. Weil also die Geometrie sich nur mit der Untersuchung beschäftigt, welche weiteren Beziehungen aus gegebenen metrischen Beziehungen räumlicher Gebilde sich ergeben, resp. implicite in ihnen und den geometrischen Axiomen enthalten sind, liegt es völlig ausser ihrem Bereich uns — die wir den Raum nicht direkt, sondern nur durch Vermittelung ihn erfüllender physikalischer Körper appercipiren — zu sagen, welche uns erkennbare Kriterien für die von der Geometrie

vorausgesetzte Gleichheit elementarer Raumformen existiren. Wollen wir die abstrakte Geometrie praktisch nutzbar machen, so bedürfen wir eines Axioms, welches eine Beziehung zwischen unsern objektivirten sinnlichen Wahrnehmungen und dem uns unerkennbaren Raume enthält.

Diese Beziehung ist in einem Axiome gegeben, welches jeder praktischen Raummessung zu Grunde liegt, und welches besagt, dass die Räume, welche unter sonst gleichen physikalischen Bedingungen ein materieller Körper an verschiedenen Orten einnimmt, einander gleich sind. Scheint auch theoretisch auf Grund dieses Axiomes in Verbindung mit den Resultaten der Geometrie jeder Theil des Raumes mit einem andern zum Vergleich gebracht werden zu können, so vermögen wir dennoch in praxi hiermit nicht auszukommen. Gelangt ein Körper K von einer Stelle A des Raumes nach einer andern B, so verstreicht hierbei eine gewisse Zeit. Was ich gleich setze, ist daher der Raum den K in A, und nach Verlauf einiger Zeit in B einnimmt. Die Berechtigung zu dieser Gleichsetzung kann ich aber nur aus einem zweiten Axiom entnehmen, welches besagt, dass ein Körper unter denselben Bedingen zu verschiedenen Zeiten den gleichen Raum einnimmt. Dieses Axiom rechtfertigt uns gegenüber dem Leibniz'schen Bedenken.

Von den beiden aufgestellten Axiomen der Raummessung betrifft das eine die Vergleichung diskreter Raumelemente, während sich das zweite auf die Konstanz der Raumgrössen in der Zeit bezieht. Durch diese zwei Axiome können alle Raumgebilde in den beiden oberen Ordnungen Raum und Zeit, innerhalb deren sich unser Begriffsystem aufbaut, mit einander verglichen werden. Auf völlig entsprechenden Grundlagen lässt sich, wie zu erwarten, auch die Zeitmessung aufbauen, sodass sich die Systeme der Zeit- und Raummessung, einander dual entsprechend, gegenüberstehen: jedes auf zwei Axiome gestützt, von denen je eines sich auf die Vergleichung

im eigenen, das andere auf die im fremden erstreckt[1]). Hierbei tritt an Stelle des von einem bestimmten Körper an der Stelle *x* zur Zeit *y* eingenommenen Raumes die von einem bestimmten zur Zeit *x* an der Stelle *y* sich abspielenden Vorgange beanspruchte Dauer.

Dann besagen die Axiome der Zeitmessung:

1. Die Dauer eines Vorganges ist unabhängig von der Zeit seines Stattfindens.
2. Die Dauer eines Vorganges ist unabhängig von dem absoluten Orte, an dem er stattfindet.

Dass von diesen Principen der Zeitmessung insbesondere das erste, weit entfernt, nur ersonnen zu sein, um einer wissenschaftlichen Methodik untergeschoben zu werden, unserem Bewusstsein thatsächlich vorschwebt, das beweisen die zahlreichen Fälle, in denen es uns, nicht als abstraktes Princip, sondern in konkreter Gestalt im alltäglichen Leben begegnet. Man schäzt die Zeit nach dem, was man in ihr zu Stande gebracht hat, etwa nach dem Wege, den man in ihr zurücklegte; oder man schliesst bei Nacht aus der Länge der herabgebrannten Kerze auf die inzwischen verstrichenen Stunden. Selbst die Zeitmessung beruhte bis zur Einführung des Pendels und der Unruhe nur auf einer unmittelbaren Verkörperung des gedachten Principes. Sand- und Wasseruhr, von ihrer rohesten Gestalt bis zu der vervollkommneten Form, in der sie einem Galilei zu seinen Fundamentalversuchen dienten, was stellen sie anders dar, als eine praktische Durchführung des Grundgedankens, dass während ein und desselben Vorganges (das Auslaufen einer bestimmten Menge Wasser beziehungsweise Sand mit Recht oder Unrecht dafür gehalten) stets die gleiche Zeit verstreicht? Was bewog ferner dazu, die Sonnentage und, als man deren Konstanz be-

[1]) Wir bevorzugen diese dualistische Auffassung, in welcher die Leibniz'sche Bemerkung nicht mit dem Locke'schen Bedenken korrespondirt, weil nur sie die gleiche Stellung beider Gebiete erkennen lässt.

zweifeln zu dürfen glaubte, die Sterntage hinsichtlich ihrer Dauer einander gleichzusetzen, als die Rücksicht darauf, dass diese Epochen in allen anderen Beziehungen den gleichen Verlauf zeigten, Wiederholungen desselben Vorganges zu sein schienen?

Auch darauf glaube ich an dieser Stelle hinweisen zu müssen, dass Bedürfniss und Benutzung der Zeitmaasse im praktischen Leben in erster Linie aus der stillschweigenden Annahme unseres Principes resultiren. Die gesammte Zeitordnung des bürgerlichen Lebens überhaupt beruht auf der fortwährenden Erwägung, dass ein Weg, eine Arbeit, ein Vorgang irgend welcher Art unter sonst gleichen Verhältnissen heute ebensoviel Zeit in Anspruch nehmen wird, als gestern oder ehegestern.

Aehnlich verhält es sich mit dem zweiten Principe. Die doppelte Entfernung rechnen wir ceteris paribus in der doppelten Zeit zurückzulegen; darin liegt doch die Voraussetzung, dass die Zeit die ich zur Zurücklegung eines Kilometers brauche, unabhängig von dem »wo« dieses Kilometers ist. Ebenso beruht die Anwendung transportabler Uhren doch auf der Voraussetzung, dass die Dauer eines Vorganges (im speciellen Falle der Schwingung einer elastischen Feder) unabhängig vom Orte des Stattfindens ist. Als die Erfahrung zeigte, dass der Gang der Pendeluhr von der geographischen Breite ihres Standortes beeinflusst werde, hielt man dies für eine bemerkenswerthe Erscheinung, die einer Erklärung bedürfe und erkannte somit an, dass in der Ortsveränderung an und für sich kein Grund für den schnelleren oder langsameren Gang der Uhr erblickt werden dürfe.

Wir haben im Vorangehenden Axiome der Raum- und Zeitmessung aufgestellt und haben gezeigt, wie der ungeschulte Menschenverstand des Alltagslebens mit ihnen zu rechnen pflegt, aber wir haben damit keineswegs die Ansicht vertreten wollen, dass jede Messung dieser Gebiete gerade

unbedingt auf sie zurückgeführt werden müsste. Auf die Nothwendigkeit des jedesmaligen ersten Axioms führte uns die Erwägung, dass es eigentlich nur möglich ist, zwei Körper hinsichtlich Form und Volumen zu vergleichen, wenn sie an gleicher Stelle sind, zwei Vorgänge hinsichtlich ihrer Dauer, wenn sie gleichzeitig stattfinden. Aber ist dieser Schluss zwingend? Ist es nöthig, die zwei Körper selbst zu jenem Zwecke wirklich in gleiche Lage zu bringen, jene Vorgänge wirklich gleichzeitig stattfinden zu lassen, beziehungsweise statt dessen sich auf Axiome zu stützen, welche dem Einfluss jener Verschiebungen Rechnung tragen, oder genügt es z. B. nicht unserm messenden Verstande, dass das Bewusstsein (wenn auch nur durch blossen Schein irregeleitet) Eindrücke erhält gleich denen, welche die wirklich gleiche Lage der Körper, Gleichzeitigkeit der Vorgänge hervorbringen würde? An Stelle des einen Körpers selbst benutzen wir sein Bild, an Stelle des einen Vorganges die durch ihn wachgerufene Vorstellungsreihe und bringen hiermit keineswegs etwa ein principiell neues, störendes Moment in den Akt der Vergleichung: Denn vermögen wir uns überhaupt je an etwas Anderes, als an Bilder oder an Vorstellungen zu halten? Mittelst eines durchsichtigen Planspiegels kann ich die Gleichheit symmetrischer Körper erkennen, ohne diese selbst in gemeinsame Lage überzuführen, kann also ohne unser hierauf bezügliches Axiom die durch sie erfüllten diskreten Räume zur Vergleichung bringen. Aehnlich bringe ich die Eindrücke zu verschiedenen Zeiten stattfindender Vorgänge dadurch im Bewusstsein zur Deckung, dass ich sie ihm auf verschiedenen Wegen zuleite. Unter Benutzung eines Echos kann ich bei Windstille nach einander gesprochene Silben gleichzeitig hören und durch direkten Vergleich einen Schluss auf die eventuelle Verschiedenheit ihrer Länge machen.

Auf solche Principien basirte Methoden der Raum- und Zeitmessung würden in ihren Resultaten mit denen der un-

seren übereinstimmen. Denn die Gleichheit des Spiegelbildes eines symmetrischen Körpers mit seinem Original nach Form und Grösse, die Gleichheit der Zeitdauer einer Empfindungsreihe unabhängig von dem Wege, auf dem der sie hervorrufende Vorgang zu unserm Bewusstsein gelangt, ergiebt sich ja aus den Beobachtungen unter Zugrundelegung der üblichen Systematik. Daselbst erscheinen diese Thatsachen als sekundäre Elemente, welche empirisch konstatirt wurden und eben erst konstatirt werden mussten, während sich im andern Systeme das als sekundär ergeben würde, was hier den Inhalt eines obersten Axiomes bildete. Aber es genügt nicht, dass ein System keine falschen Resultate liefert; dasselbe muss, macht es Ansprüche brauchbar zu sein, auch das ihm zugewiesene Gebiet vollständig umfassen. Und auch diese Bedingung wird von den an zweiter Stelle angeführten, willkürlich konstruirten Systemen erfüllt. Denn bei mehrmaliger Verwerthung der Axiome derselben wäre man auch im Stande, irgend ein Element eines der Gebiete mit jedem andern desselben zum Vergleich zu bringen, könnte also beide Gebiete hinsichtlich ihres Maasses erschöpfend behandeln.

Wenn wir also nur die an erster Stelle gekennzeichneten Axiome der Zeitmessung des Weiteren zu betrachten Gelegenheit nehmen werden, so geschieht das nicht deshalb, weil wir glaubten, nicht auch auf andere ein eindeutiges und zugleich erschöpfendes Zeitsystem aufbauen zu können, konform demjenigen der Praxis — das leistete das zweite von uns angedeutete System ja ebenfalls — nein, sondern deshalb, weil jene Principien uns einmal diejenigen zu sein scheinen, welche unserm Bewusstsein thatsächlich vorschweben, mit denen es rechnet und sie ferner die weit häufigere, direkte Verwerthung gestatten.

Beide Motive kommen freilich im Grunde auf dasselbe hinaus: beide wurzeln sie darin, dass z. B. Ortsänderung eines Körpers eine bei Weitem häufiger zu beobachtende

Erscheinung ist, als ebene Spiegelung. Wäre nämlich das Umgekehrte der Fall, so würden auch wir, die wir uns dann in diesen Verhältnissen orientiren und auf ihnen entsprechenden Grundlagen operiren müssten, uns öfter die Frage vorzulegen haben, wie zwei Körper sich dem Planspiegel gegenüber verhalten, als diejenige, wie in gleiche Lage gebracht, und entsprechend häufiger Gelegenheit haben, das darauf bezügliche Princip anzuwenden. Weiterhin würde uns dann diese Erscheinung dermassen die geläufigere geworden sein, dass wir jetzt dem sie unmittelbar enthaltenden Principe den höheren Grad der Evidenz zusprechen würden.

Wir haben uns im Vorangehenden mit Bedenken beschäftigt, welche gegen eine Theorie des exakten Zeitmasses laut wurden und zeigten, dass die genau entsprechenden auch gegen das Raummaass vorgebracht werden könnten, ohne dass man hier Anstoss an ihnen zu nehmen pflege.

Somit ist die Unmöglichkeit, die Gleichheit verschiedener Elemente derselben durch Messung nachzuweisen, nicht eine specifische Eigenthümlichkeit der Zeit. Es ist dies vielmehr eine Eigenschaft, welche, wie mir scheint, mit Nothwendigkeit einer jeden stetigen Mannigfaltigkeit zukommt: ich kann stets nur die absoluten Werthe hinsichtlich ihrer Gleichheit beurtheilen, nie jedoch Differenzen messen. So lassen sich z. B. hinsichtlich des Temperaturmaasses genau entsprechende Betrachtungen anstellen: Wie soll ich die Erwärmung: 0°—50° mit der: 50°—100° vergleichen können, da doch ein Körper, wenn er die eine erfährt, die andere noch nicht erreicht, beziehungsweise sie bereits überschritten hat? Beachten wir die stillschweigend angenommene Forderung für die Möglichkeit einer gegenseitigen Messung zweier Grössen, dass Anfang und Ende der beiden zusammenfallen, so sehen wir ohne Weiteres ein, dass die Kennzeichen der Gleichheit bei diskreten Elementen irgend einer stetigen Mannigfaltigkeit niemals vorhanden sein können. Das In-

tervall: $x_1 - x_2$ hat der Natur der Sache nach stets andere Grenzen, als dasjenige: $x_3 - x_4$. Das ist der Kern des Locke-schen Einwurfes.

Zur Stütze meiner Verallgemeinerung desselben erlaube ich mir die folgenden Auslassungen Riemann's anzuführen:

»Bestimmte durch ein Merkmal oder eine Grenze unterschiedene Theile einer Mannigfaltigkeit heissen Quanta. Ihre Vergleichung der Quantität nach geschieht bei den diskreten Grössen durch Zählung, bei den stetigen durch Messung. Das Messen besteht in einem Aufeinanderlegen der zu vergleichenden Grössen; zum Messen wird also ein Mittel erfordert, die eine Grösse als Maassstab für die andere fortzutragen. Fehlt dieses, so kann man zwei Grössen nur vergleichen, wenn die eine ein Theil der anderen ist, und auch dann nur das Mehr oder Minder, nicht das Wieviel entscheiden[1].«

Aehnlich behauptet schon Hume betreffs des Specialfalles des Raumes die Unmöglichkeit, eine kontinuirliche Mannigfaltigkeit zu messen, aus Gründen, die auch für den allgemeinen Fall in gleichem Maasse stichhaltig bleiben: Ist der Raum diskontinuirlich, so ist ihm sein Maass in der Zahl der Punkte gegeben, die er enthält. »Für die Vertreter der Ansicht, der Raum sei in infinitum theilbar, ist es unmöglich von dieser Antwort Gebrauch zu machen und die Gleichheit einer Linie oder Fläche durch die Zahl ihrer Elemente festzustellen. Denn da nach ihrer Voraussetzung die kleinsten wie die grössten Gebilde eine unendliche Zahl von Elementen enthalten, und da streng genommen unendliche Zahlen nie einander gleich oder ungleich sein können, so kann die Gleichheit oder Ungleichheit irgend welcher Theile des Rau-

---

[1]) »Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen« (Riemann, Ges. math. Werke u. wissensch. Nachlass p. 256).

mes nie von irgend welchem Verhältnisse der Zahl ihrer Elemente abhängen[1]).«

Wir müssen in Uebereinstimmung mit Riemann[2]) noch die Konsequenz ziehen, dass, da bei einer stetigen Mannigfaltigkeit das Princip der Maassverhältnisse nicht schon im Begriffe dieser Mannigfaltigkeit enthalten ist, es »anderswoher hinzukommen muss«. Liegt es aber nicht im Wesen der Zeit was es besagt, zwei ihrer Elemente seien gleich, so ist jede derartige Aussage inhaltlos, solange wir nicht über den Sinn des Begriffes gleiche Zeitstrecken eine besondere Vereinbarung getroffen haben. Somit können wir jenes erste Princip der Zeitmessung jetzt nicht mehr als Axiom des Zeitmaasses gelten lassen, sondern werden in ihm nur eine Definition des Begriffes gleiche Zeitstrecken erblicken (und entsprechend hinsichtlich des Raumes)[3]). Freilich beeinflusst diese rückwirkend unsere Zeitvorstellung, indem sie mit in dieselbe eingeht. Die Analyse musste aber eben konstatiren, dass wir das Maassprincip der Zeit nicht mühsam abgerungen haben, sondern dass dasselbe im Gegentheil eigentlich eine Zuthat unserer Auffassung ist.

Wir drohen, uns mehr und mehr von unserm rein empiristischen Standpunkt zu entfernen, um einem mehr posi-

---

[1]) Hume, A Treatise of Human Nature, book I, part II, sect. IV.

[2]) Riemann, l. c. 268.

[3]) Die Zeit und ihr Maass sind uns in ihrer Verbindung so geläufig, dass es einige Schwierigkeit hat, den einen Begriff ohne den andern zu denken und hieran einzusehen, dass das Maassprincip im Begriffe selbst noch nicht enthalten ist. Eine derartige Einsicht wird uns leichter, wenn wir eine minder geläufige Mannigfaltigkeit, z. B. die der Empfindungsintensität betrachten. Wird doch hier von einigen Seiten geradezu behauptet, eine Messung sei unmöglich, eine Maasseinheit existire nicht! Nein! aber das Maassprincip, d. h. die Definition der Maasseinheit ist nicht im Begriffe selbst bereits enthalten, sondern muss erst zu ihm hinzugefügt werden und muss — und das ist der einzige Unterschied gegen die Verhältnisse auf räumlichem und zeitlichem Gebiete — erst noch durch die Gewöhnung in unserm Bewusstsein aufs innigste mit ihm verschmolzen werden.

tivistischen zuzustreben. Ehe wir jedoch der früheren Auffassung endgiltig entsagen, wollen wir noch einen kurzen kritischen Ueberblick halten.

Was uns als Zeit entgegentritt hatten wir mit Newton nur als das mehr oder minder getreue Abbild einer »absoluten« Zeit aufgefasst, welche das eigentliche Substrat jener bildete, und welche das Objekt für unsere Betrachtungen abgeben sollte. Diese absolute Zeit lag als wirklich seiendes hinter dem, was wir auf astronomischen oder physikalischem Wege als Zeit messen. Aber indem wir versuchen uns von dieser eine Vorstellung zu machen, ja schon indem wir überhaupt den Begriff absolute Zeit bilden, verfallen wir in den Fehler, den wir unvermeidlich begehen, wenn wir die supponirte, reale Welt konform der unsern denken. Insofern wir aus unserm beschränkten menschlichen Ideenkreis nicht heraustreten können, sind wir, wenn die Erscheinungswelt, welche diesen Ideenkreis beherrscht, mit der objektiven Welt nicht zusammenfällt, völlig ausser Stande, irgend etwas über diese auszusagen. Der Empiriker, wenn er sich vermisst, irgend welche Elemente einer absoluten Welt in das Bereich der Forschung zu ziehen, ersehnt immer nur den Einblick in eine Weltordnung, die seinem eignen Hirne ihre Existenz und ihr Wesen verdankt. Woher will er denn wissen, dass unserer Zeit überhaupt in jener realen Welt etwas ihr analoges, nur quantitativ von ihr verschiedenes entspricht?

Um unser Problem unter allgemeineren Gesichtspunkten zu behandeln, sehen wir uns veranlasst, jenen einseitigen naiv-empiristischen Standpunkt aufzugeben, welcher die Zeit als etwas thatsächliches ansah und der Forschung die Aufgabe stellte, die Natur dieser Zeit zu ergründen. Statt dessen betrachten wir jetzt die Zeit als einen von uns in die Auffassung der Erscheinungswelt eingeführten Begriff. Nicht — wie schon angedeutet — welche Zeiten sind gleich, und

woran erkennen wir ihre Gleichheit werden wir jetzt fragen, sondern was definiren wir als gleiche Zeiten. Wir haben die Verpflichtung, mit dem Zwecke der Beibehaltung des Zeitbegriffes überhaupt auch den Grund gerade dieser speciellen Definition anzugeben.

Bedürfen jedoch Einführung und Wahl des Maassprincipes der Zeit erst einer Rechtfertigung, ist es dann ohne Weiteres erlaubt, andere Begriffe als im üblichen Sinne wirklich existirend unsern Betrachtungen zu Grunde zu legen? Ist denn in dem angedeuteten Sinne nur die Zeit von uns in die Erscheinungswelt hineingetragen, oder gilt nicht vielmehr das gleiche auch von allen übrigen Begriffen? Raum, Materie, Licht, die gesammte Aussenwelt, ja unsere eigenen Sinnesfunktionen, sind sie nicht alle nur von uns ersonnen, um eine Erklärung unseres Bewusstseinsinhaltes zu geben? Wollten wir diesen unsern erkenntniss-theoretischen Standpunkt streng durchführen, so dürften wir nur von dem individuellen Bewusstsein ausgehen, und hätten zu zeigen, wie es dazu kommt, die konventionellen Begriffe und die reale Existenz ihres Substrates anzunehmen. Eine derartig konsequente Durchführung des Standpunktes wäre mit ausserordentlichen Schwierigkeiten verknüpft, aber sie wäre denkbar; hingegen wäre eine Darstellung im Geiste derselben ein Ding der Unmöglichkeit, da jede Darstellung die Gemeinsamkeit irgend welcher begrifflicher Elemente bereits voraussetzt, hier aber der Nachweis der Berechtigung auch gerade dieses Begriffsystems verlangt würde. Ich sehe mich daher gezwungen, im Interesse der Einfachheit und überhaupt Möglichkeit der Darstellung dermaassen auf Strenge und Konsequenz zu verzichten, dass ich z. B. von Raum, Körpern im Sinne des Empirismus als von etwas Realem, thatsächlich Existirendem spreche, und adoptire ich in deren Auffassung diejenige der Erfahrungs-Wissenschaften. Hingegen werde ich bestrebt sein in Bezug auf den Begriff der Zeit und die diesen in

sich enthaltenden Begriffe meinen Standpunkt streng durchzuführen.

Welche Kriterien es sind, die uns lehren bestimmte Faktoren unseres Bewusstseins als eigentliche Empfindungen, andere als Erinnerungsbilder oder leere Phantasiegebilde aufzufassen, inwiefern hierbei Innervations- und Muskelempfindungen als schwächer oder stärker ausgeprägtes Gefühl des Aufmerkens im Spiele sind, das sind Fragen, welche in das Gebiet der Psychologie gehören, und deren Beantwortung dieser Wissenschaft principielle Schwierigkeiten kaum bereiten dürfte. Anders die Frage, wie wir überhaupt auf den Gedanken kommen, auf Grund gewisser Merkmale eine wie, wir es nennen »zeitliche« Scheidung unseres Bewusstseinsmateriales vorzunehmen. Die Erfahrung kann uns dazu nicht veranlasst haben, denn sie beruht ja eben erst auf jener Unterscheidung von jetzt und vorher. In dem unbefangenen Bewusstsein welches wir bei der Behandlung dieses Problems voraussetzen müssen, existirt nicht die Gewissheit etwas erlebt zu haben neben dem Gedanken daran eben in jener Modifikation, die uns veranlasst, ihn als Erinnerungsbild zu bezeichnen (sodass in dem Zusammenfallen beider sich von selbst die zeitliche Einordnung darböte), sondern es ist in ihm nur jene Gedankenmodifikation allein vorhanden. So würde sich uns gleich am Ausgangspunkte unserer Betrachtungen ein unüberwindliches Hinderniss in den Weg stellen. Umgehen lässt sich dasselbe nicht, und wenn wir uns nicht durch Aufstellung einer nativistischen Theorie über dasselbe hinwegtäuschen lassen wollen, müssen wir uns begnügen, sein Vorhandensein festgestellt zu haben und werden unsere Betrachtungen von einem weiteren Punkte ausgehen lassen. Die Empfindungen der zeitlichen Zusammengehörigkeit von Eindrücken sehen wir daher als solche als gegeben an.

Unser Bewusstsein stellt stets einen Komplex von Empfindungen dar, denen wir Reize, Objekte substituiren. Man

ist nun übereingekommen, an diesen Objekten einen konstanten Theil: die Materie und einen variabeln: den jeweiligen Zustand derselben zu unterscheiden. Die einzelnen Gesammtzustände des Universums denken wir uns nicht unabhängig von einander, sondern es sind vielmehr vermöge des Kausalprincips durch einen einzigen Werthenkomplex $x_1' \, x_2' \, x_3' \ldots\ldots$ der die jeweiligen Zustände definirenden Variabeln $x_1 \, x_2 \, x_3 \ldots$ alle übrigen in ihrer Ordnung bestimmt. Dieser unbedingte Determinismus, den wir hier vertreten, beruht zwar nur auf einer Annahme, aber er ist principiell von so unvergleichlicher Bedeutung für den Aufbau eines physikalischen Systems, dass wir ihn als Grundlage desselben nehmen und ihn beibehalten, so lange nicht durchaus zwingende Gründe ihn als Irrthum nachweisen. Mathematisch drücken sich die Bedingungen, denen der Uebergang von einem Werthensystem $x_1 \, x_2 \, x_3 \ldots\ldots$ zu dem benachbarten $(x_1 + dx_1)$, $(x_2 + dx_2)$, $(x_3 + dx_3) \ldots\ldots$ unterworfen ist, durch $(n - 1)$[1]) Gleichungen zwischen den n Variabeln $x_1 \, x_2 \, x_3 \ldots$ aus. Es resultirt, da alle Variabeln sich stetig ändern, eine stetige, und zwar eindimensionale Mannigfaltigkeit, welche wenn wir behufs analytisch-geometrischer Versinnbildlichung jede der n Variabeln durch eine ihr stets proportionale Strecke parallel den Axen eines $n$dimensionalen Koordinatensystems ersetzen, sich als kontinuirliche Linie darstellt. Um nun jedes einzelne Werthsystem (beziehungsweise jeden einzelnen Punkt der Linie) fixiren zu können, führen wir (als Abmessung auf der Linie) eine sich stetig ändernde Hilfsvariable t ein, welche mit nur einigen oder mit allen der ursprünglichen Variabeln $x_1 \, x_2 \, x_3 \ldots\ldots$ durch eine Beziehung (Gleichung) verbunden ist, in deren Wahl wir über eine Willkürlichkeit verfü-

---

[1]) Wir nehmen die Masse des Weltalls, die Zahl der Atome und damit diejenige der zwischen diesen bestehenden Beziehungen als endlich an.

gen[1]): Diese Variabele, die wir uns gewöhnen als die unabhängige anzusehen, ist die Zeit.

Ich stelle mich in Angabe des Verhältnisses zwischen Zahl der Variabeln, welche das Universum definiren und derjenigen der zwischen ihnen bestehenden Gleichungen in Gegensatz zu E. Mach, der sich in seiner Mechanik folgendermaassen über diesen Punkt ausspricht:

». . . Diese Beziehungen lassen sich am besten unter dem Bilde einer Anzahl n von Grössen darstellen, welche einer geringeren Anzahl n' von Gleichungen genügen. Wäre $n = n'$, so wäre die Natur unveränderlich. Für $n' = n - 1$ ist mit einer Grösse über alle übrigen verfügt. Bestände dies Verhältnis in der Natur, so könnte die Natur rückgängig gemacht werden, sobald dies nur mit einer einzigen Bewegung gelänge. Der wahre Sachverhalt wird durch eine andere Differenz von n und n' dargestellt. Die Grössen sind durch einander theilweise bestimmt, sie behalten aber eine grössere Unbestimmtheit oder Freiheit, als im letzteren Fall. Wir selbst fühlen uns als ein solches theilweise bestimmtes, theilweise unbestimmtes Naturelement[2]).»

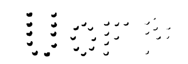
Ich gebe zu, dass wir uns selbst als ein theilweise unbestimmtes Naturelement fühlen, aber müssen wir deshalb annehmen es zu sein?

Ehe wir dies zugeben, wollen wir uns Konsequenzen vor Augen stellen, die sich hieraus im Zusammenhang mit un-

---

1) Es wäre ein Irrthum, wollte man in der von einem festen Punkte an gerechneten Länge dieser Linie ein Element erblicken, dem als Abmessung t eine irgendwie ausgezeichnete Stellung zukäme. Die Form der Linie und damit ihre Länge ist insbesondere von den einzelnen Proportionalitätsfaktoren abhängig.

2) E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt, p. 210.



sern übrigen Anschauugen ergeben würden. Gilt $n' < n - 1$, so bedarf jeder einzelne auf diese Weise unterbestimmte Fall zu seiner Erledigung des Eingriffes einer Intelligenz, welche nach freiem Willen handelt, und zwar nicht so, dass ihre Eingriffe einer Durchkreuzung der Naturgesetze gleichkämen, sondern im Gegentheil ermöglichen sie diesen erst zur Geltung zu kommen. Darum eben ist ein solcher Willenseingriff dann nicht nur möglich, sondern er ist unumgänglich nothwendig Und hieraus ergiebt sich in Hinsicht auf die Einheit unserer Ichthätigkeit eine Komplikation.

Enthält die Konstitution unseres Organismus die Möglichkeit, dass durch seinen jeweiligen Zustand und die äusseren, auf ihn einwirkenden Umstände, der unmittelbar darauf folgende nicht eindeutig bestimmt ist, so darf doch unserer einen, untheilbaren Willensthätigkeit in einem Momente nur eine Unterbestimmtheit zur Entscheidung unterbreitet werden. Dies muss für alle Zeit, für jedes persönliche Individuum gelten, wie auch alle vorhergegangenen Entscheidungen desselben selbst, wie aller anderen Individuen, die ja die momentane Konstellation herbeiführten, ausgefallen sein mögen.

Freilich soll eine nach dieser Seite hin für alle Kombinationen von Möglichkeiten prästabilirte Harmonie als teleologisches Princip neben dem kausalen nicht als ein unumgängliches Postulat der Mach'schen Auffassung hingestellt werden. Es bedurfte ja nur des Eingriffs einer höheren Willensmacht, um in den betreffenden Fällen den mehrfachen gleichzeitigen Anforderungen zn genügen. Unsere Ausführungen erheben daher nicht Anspruch, ein Versuch zu sein, die Mach'schen Ausführungen zu bekämpfen — sie enthalten nur ein Bedenken, welches wir in denselben zu finden glauben.

Dagegen glauben wir Verwahrung einlegen zu müssen gegen die Darstellung des Falles $n' = n - 1$. Die Behauptung, dass für ihn die Zeit rückgängig gemacht werden könnte, sobald uns dies mit einer einzigen Bewegung ge-



länge, erschien uns in dieser Form nur in dem speciellen Falle berechtigt, dass die n' Gleichungen sämmtlich lineare wären. In dem allgemeineren Falle jedoch, wie er in praxi vorliegt, dass die Gleichungen auch höherer Grade oder transcendente sind, ist mit einer Grösse durchaus noch nicht über alle übrigen verfügt — wenigstens nicht eindeutig — und hierauf scheint es mir doch gerade anzukommen. (Für $n' = 10$ gehören z. B. schon unter der Annahme, die Gleichungen seien nur vom IV. Grade zu einem Werthe x'_{11} bereits mehr als eine Million Werthensysteme $x'_1\ x'_2\ x'_3 \ldots x'_{10}$.)

Dieser Umstand enthält auch den Grund, aus dem überhaupt eine systematische Betrachtung die Einführung jenes Parameters t verlangt. Man könnte meinen — und diese Meinung wäre richtig, wenn die Mach'sche Behauptung es wäre — dieser Hilfsgrösse entbehren zu können; brauche man doch nur x_i, eine der Variabeln $x_1 \ldots x_n$ herauszugreifen, sie als unabhängige anzusehen, und könne dann durch ihre Werthe $x'_i\ x''_i \ldots$ die zugehörigen Werthensysteme $x'_1\ x'_2\ x'_3 \ldots x'_n$, $x''_1\ x''_2\ x''_3 \ldots x''_n, \ldots, \ldots$ charakterisiren. Ob aber eine und welche Variabeln hierzu geeignet ist, lässt sich a priori nicht bestimmen. Dürfen wir doch nicht annehmen, dass von Werthenkomplex zu Werthenkomplex alle Variabeln sich ändern; und wenn diese Annahme für einige derselben berechtigt wäre, brauchten wiederum nicht durch einen speciellen Werth x'_i der Variabeln x_i die übrigen Variabeln $x_1\ x_2 \ldots x_n$ eindeutig bestimmt zu sein. Wollten wir zum Beispiel Alles auf die Entfernung x_k eines bestimmten Atomes von einer Koordinatenebene beziehen, so könnten wir diejenigen Momente (hier in der Bedeutung Werthensysteme!) nicht gesondert definiren, für welche x_k konstant bleibt, und selbst wenn diese Entfernung einer fortwährenden Aenderung unterläge, vermöchten wir doch diejenigen nicht auseinanderzuhalten, für welche x_k den gleichen Werth besitzt.

Sollen diese Schwierigkeiten wegfallen, so müssen wir über ein Bestimmungsstück verfügen, welches sich fortwährend (d. h. mit jedem Komplex der übrigen Variabeln) in gleichem Sinne ändert (z. B. die unabhängig von allen andern Elementen fortwährend wachsende Entfernung zweier Punkte) oder falls wir nicht entscheiden können, ob wir über ein derartiges Element verfügen, heben wir sie durch Einführung einer Hilfsvariabeln t, welche mit keinem Elemente x verharrt und durch ihren Werth die aller übrigen Variabeln eindeutig bestimmt. Durch die Freiheit, die uns in der Wahl der Hilfsvariabeln t – beziehungsweise der t mit den x verbindenden Gleichung — gelassen ist, sind wir in den Stand gesetzt über t so zu verfügen, dass sich alle abhängigen Variabeln als möglichst einfache Funktionen der »unabhängigen« darstellen. Ferner können wir noch darauf Rücksicht nehmen, dass t stets und in einfacher Weise bestimmbar bleibt, ein Vortheil, den z. B. die oben herausgegriffene Variable x_k nicht mit Nothwendigkeit darbot.

Ehe wir über unsere Willkürlichkeit verfügen, also etwa bestimmen, für welche Aenderungen der Bestimmungsstücke x_1 x_2 . . . . die Hilfsvariable t gleiche Zuwächse erhalten soll, müssen wir uns über den letzten Zweck ihrer Einführung verständigt haben. Wäre uns das Universum, oder auch nur ein bestimmtes Gebiet desselben in seinen Elementen vollständig bekannt, und sollte uns die Zeit in der oben angedeuteten Weise nur zur Fixation einzelner »Momente« dienen, so würde es genügen, wenn die grundlegende Definition jedes Zeitintervall $(t_2 - t_1)$ auf eine einzige Weise mässe. Wir könnten z. B. als gleich diejenigen Zeitintervalle ansehen, in denen die unabhängig von allen andern Objekten stets wachsende Entfernung zweier Punkte sich um eine konstante Länge a ändert[1]). Dann wäre durch eine

[1]) Dies System würde im Allgemeinen mit demjenigen der Physik nicht übereinstimmen.

Entfernung b der Punkte stets ein Werthensystem (x'_1 x'_2 . . . x'_n) eindeutig bestimmt und (bei passender Wahl des Systems) umgekehrt. Sind wir aber noch im Stadium der Forschung begriffen und führen den Zeitbegriff zur Vereinfachung der Form der zu erhaltenden Resultate ein, so haben wir bei unserer Entscheidung vor Allem auch darauf Rücksicht zu nehmen, dass sie zu der Hoffnung berechtigt, möglichst einfache Beziehungen zwischen t und den Variabeln x_1 x_2 . . . x_n zu ergeben. (Unsere Wahl würde zunächst als eine nur provisorische zu betrachten sein.)

Wollen wir nun (als das Einfachste) als gleiche diejenigen Zeitabschnitte definiren, in denen ein bestimmter Vorgang zu verschiedenen Zeiten sich abspielt, so würden wir auf Grund dieser Definition nur dann allgemein einfache Beziehungen erwarten dürfen, wenn sie nicht einen Vorgang, oder eine Klasse von Vorgängen willkürlich vor andern bevorzugte, sondern wenn allgemein zwei Vorgänge, welche zur Zeit t' beginnend zu gleicher Zeit enden, auch zur Zeit t'' beginnend gleichzeitig ihr Ende erreichen. Da nun unser Zeitmaass mit dieser Voraussetzung steht (oder wenigstens Aussicht hat zu stehen) und fällt, so verknüpfen wir dieselbe direkt mit ihr und definiren:

»Gleiche Zeiten sind solche, in denen identische Vorgänge sich abspielen.«

Somit haben wir auf der einen Seite über unsere Willkürlichkeit verfügt, auf der anderen aber haben wir ein hypothetisches Element in das Fundament unserer Zeitmessung aufgenommen.

Wir haben das Problem der Zeitmessung auf die Abzählung unmittelbar auf einander folgender identischer Vorgänge, oder falls wir über einen Vorgang verfügen, der, (wenn auch nur für ein bestimmtes Intervall) sich in seinen kleinsten Theilen kongruent ist, auf eine Messung desselben zurückgeführt. Gelangen wir auf diesem Wege zu unlösbaren

Widersprüchen, so ist die gemachte Hypothese falsch, erscheinen diese Widersprüche lösbar, so folgt daraus noch nicht ihre unbedingte Berechtigung. In unsere Definition ist ja ausser der erwähnten Annahme noch ein unbestimmtes Element eingegangen: der Begriff identischer Vorgänge.

Die Identität zweier Vorgänge ist uns nie direkt erkennbar, da uns nicht die Bestimmungsstücke gegeben zu sein pflegen, sondern wir umgekehrt aus dem Verlaufe eines Vorganges, respektive aus den uns erkennbaren Wirkungen einen Schluss auf die wirkenden Kräfte zu machen pflegen. Die Bewegung eines Körpers längs einer Geraden scheint z. B. in den der Zurücklegung gleicher Strecken entsprechenden Theilen identische Vorgänge darzubieten. Nun bewege sich ein Körper A längs einer Horizontalen, ein Körper B längs der Vertikalen. Wollten wir auf das Durchlaufen gleicher Strecken seitens A ein Identitätszeitmaass gründen, so würde uns die Bewegung von B zunächst in Konflikt mit der gemachten Hypothese bringen. Aber wir wissen uns zu helfen: wir sprechen den Theilen des einen Vorgangs die Identität ab, und da wir einen realen Unterschied nicht aufzufinden im Stande sind, substituiren wir einen solchen durch die Annahme einer längs der Vertikalen wirkenden »Kraft.« So bringen wir unser Princip mit der Erfahrung in Einklang.

Wir haben im Voranstehenden die Principien eines Zeitmaasses, als welches wir es einführten, entwickelt und haben nunmehr die Identität desselben mit demjenigen der heutigen Naturwissenschaft nachzuweisen. Bewegt sich ein Punkt »sich selbst überlassen« auf gerader Linie, so stellt die Zurücklegung gleich langer Strecken identische Vorgänge dar, benöthigt also gleiche Zeitabschnitte. Somit erkennen wir an dem zeitlichen Theile des Beharrungsgesetzes die Uebereinstimmung unseres Zeitmaasses mit dem in der heutigen Physik üblichen. Nun würde aber die von uns mit dem Principe der Zeitmessung verbundene Hypothese unhaltbar sein, wenn

unter Bezugnahme auf ein bestimmtes System identischer Vorgänge (z. B. die Bewegung des sich selbst überlassenen Punktes A) andere Vorgänge, die sich durch nichts, als den Zeitpunkt ihres Eintretens unterscheiden[1]), verschiedene Dauer ergäben.

Um unser Prinzip nicht fallen zu lassen, würden wir uns dann zur Einführung von Kräften genöthigt sehen, welche Funktionen der Zeit selbst wären, sodass eine Elimination dieser unmöglich wäre. Etwas derartiges ist aber dem heutigen Standpunkt der Naturwissenschaften unbekannt. Wo nur immer Kräfte neu auftreten oder sich ändern, sind wir im Stande, dies auf gleichzeitige Aenderungen (z. B. von Entfernungen) zurückzuführen. Solange wir also nicht absehen, dass eine auf anderen Principien beruhende Zeitmessung die Naturvorgänge in einem einfacheren kausalen Zusammenhang erscheinen lässt, sind wir berechtigt, die unsere beizubehalten, aber mit der steten Reservation, sie aufzugeben, wenn etwas besseres sich darbieten sollte.

Unsere Ableitung des Zeitmaasses ging von der Anschauung aus, die Zeit sei eine von uns in die Erscheinungswelt hineingetragene Hilfsvariable, über deren Maassprincip wir willkürlich verfügen dürften. Wenn nun die specielle Definition gleicher Zeiten als solcher, in welchen die Erde um gleiche Winkel rotire, zu dem Resultate führt, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde abnehme, so kann von uns der Nachweis verlangt werden, dass der Grund dieser Absurdität nicht in dem gewählten Maassprincip, sondern in dem angewandten Schlussverfahren zu finden ist. Und in der

---

[1]) Diese Möglichkeit erscheint zunächst paradox: Die Vorgänge unterscheiden sich, wenn durch nichts anderes, durch die Konstellation ihrer materiellen Träger zu A. Aber A ist sich selbst überlassen, erfährt also von keiner andern Materie eine Einwirkung und ist daher auch seinerseits ohne jeden Einfluss, kommt mithin nicht in Betracht.

That! Schliesst man nämlich, dass in Folge der durch Ebbe und Fluth erzeugten Reibung die Rotation der Erde sich verringere, so legt man hierbei implicite das Trägheitsprincip zu Grunde. Hierbei tritt dasselbe nicht als Axiom der abstrakten Mechanik auf, nein hier gilt es in seiner Eigenschaft als empirisches physikalisches Gesetz, als welches es auf induktivem Wege erkannt und experimentell bewiesen wurde. Hierin, in der Methode der Ableitung, ist die Möglichkeit des Fehlers begründet: Die experimentelle Methode bestimmt eine gesuchte Beziehung nicht eindeutig, sondern lässt uns die Wahl zwischen unendlich vielen, welche den Beobachtungsdaten innerhalb gewisser Grenzen genügen, und wir wählen häufig, wie auch hier, durch das Simplicitätsprincip verführt, diejenige, welche uns, indem wir den Blick nur auf das Nächste richten, als die einfachste erscheint. Bei Messung der Zeit durch die Rotation der Erde ist unser Trägheitsprincip falsch; es bewegt sich vielmehr dann ein sich selbst überlassener Körper mit wachsender Geschwindigkeit, und für die Bewegung der Erde heben sich diese Zunahme der Geschwindigkeit und deren Abnahme durch die Reibung gerade auf[1]).

Unsere Definition gleicher Zeiten erstreckte sich zunächst nur auf solche Zeiten, in denen sich Vorgänge wiederholen. Aber diese Wiederholung braucht nicht eine solche im eigentlichen, strengsten Sinne des Wortes zu sein. Der Vorgang kann in der mannigfachsten Weise modificirt sein, wenn wir

---

[1]) In dem Gesagten kann ein Vorwurf gegen Kant nicht gefunden werden, der in seiner »Untersuchung der Frage, ob die Erde in ihrer Umdrehung um die Axe .... einige Veränderung erlitten habe« die Länge des Tages mit derjenigen des Jahres vergleicht. Hingegen ist bei Laplace (Système du Monde II. éd. p. 376) nicht recht zu erkennen, auf welchem der vorher (l. c. p. 15) als gleichberechtigt hingestellten Zeitmaasse er fusst.

nur festgestellt haben, wie durch diese Modifikation seine Dauer beeinflusst wird; ja er kann sogar in einer Kombination verschiedener Elemente bestehen, wenn uns nur diese und ihre Verbindung hinreichend bekannt sind, um die resultirende Dauer zu berechnen. Je höher also die Physik entwickelt ist, um so weniger sind wir in der Messung von Zeitstrecken auf bestimmte Vorgänge beschränkt. Sind wir schliesslich in dieser Entwicklung dahin gelangt, dass wir alle Vorgänge in ihren Elementen und deren Verbindungsweisen kennen, so vermögen wir jeden beliebigen Vorgang als Mittel der Zeitmessung zu benutzen. Freilich Vorgänge bedürfen wir immer, um Zeitstrecken zu messen. Eine »leere« Zeit ist uns demnach unmessbar. Wir halten das nicht für einen Fehler unseres Systems — denn unser System enthält überhaupt gar nicht den Begriff der leeren Zeit. Dass wir nicht uns den Kopf zerbrechen werden, ob es eine leere Zeit geben kann oder nicht, ist eine Konsequenz des vertretenen Standpunkts. Uns genügt, dass wir kein Bedürfniss haben und kein solches haben können, diesen Begriff oder gar sein Maass einzuführen. Die Zeit war uns ein Mittel systematischer Betrachtung der Naturvorgänge — finden keine solchen statt, so bedürfen wir keiner Zeitmessung. Vom empiristischen Standpunkt aus entspricht dem die Erkenntniss, dass wenn eine leere Zeit verflösse, wir nichts davon merken würden, und wir sie auch daher nicht messen könnten. Es scheint mir zu Gunsten unserer Auffassung zu sprechen, dass sie die Aufstellung eines unlösbaren Problemes unnöthig macht.

Nachdem ich versucht habe, meine eigene Stellung zum Problem der logischen Principien der Zeitmessung zu entwickeln, wollen wir uns jetzt zur Betrachtung einiger neuerer Litteratur wenden, welche das Thema vom mathematisch-physikalischen Standpunkte aus behandelt.

In seiner Antrittsvorlesung:

»Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie« setzt C. Neumann drei Principe voraus:

1. »Dass an irgend einer unbekannten Stelle des Weltraumes ein unbekannter Körper vorhanden ist, und zwar ein absolut starrer Körper, ein Körper, dessen Figur und Dimensionen für alle Zeiten unveränderlich sind[1].«

(Dieser Körper wird in der Folge mit Alpha bezeichnet.)

2. »Dass ein sich selbst überlassener materieller Punkt in gerader Linie fortschreitet, also in einer Bahn dahingeht, die geradlinig ist in Bezug auf jenen Körper Alpha[2].«

3. »Zwei materielle Punkte, von denen jeder sich selbst überlassen ist, bewegen sich in solcher Weise fort, dass gleiche Wegabschnitte des einen immer mit gleichen Wegabschnitten des andern correspondiren.«[3])

Gleiche Zeitintervalle werden nun als diejenigen definirt, »innerhalb welcher ein sich selbst überlassener Punkt gleiche Wegabschnitte zurücklegt«[3]).

Diese Art der Definition überrascht uns: Wir glauben mit diesem Begriffe von Jugend auf vertraut zu sein und sehen mit Staunen zu seiner Definition einen Apparat heranziehen, der uns seinerseits die höhere Wissensstufe vorauszusetzen scheint. Sollen wir die Neumann'sche Methodologie verstehen, so muss uns gegenwärtig sein, was er im Vorwort als seine Aufgabe aufstellt:

»Wenn das eigentliche Ziel der mathematischen Naturwissenschaft, wie allgemein anerkannt werden dürfte,

---

1) Neumann, l. c. p. 15.
2) Neumann, l. c. p. 16.
3) Neumann, l. c. p. 18.

darin besteht, möglichst wenige (übrigens nicht weiter erklärbare) Principien zu entdecken, aus denen die allgemeinen Gesetze der empirisch gegebenen Thatsachen mit mathematischer Nothwendigkeit emporsteigen, also Principien zu entdecken, welche den empirischen Thatsachen äquivalent sind — so muss es als eine Aufgabe von unabweisbarer Wichtigkeit erscheinen, diejenigen Principien, welche in irgend einem Gebiet der Naturwissenschaft bereits mit einiger Sicherheit zu Tage getreten sind, in sorgfältiger Weise zu durchdenken, und den Inhalt dieser Principien womöglich in solcher Form darzulegen, dass jener Anforderung der Aequivalenz mit den betreffenden empirischen Thatsachen wirklich entsprochen werde.«

Im Gegensatz zu den früher angeführten Vertretern philosophischer Anschauungen sucht Neumann a posteriori zu einer Definition der Dauer zu gelangen, indem er nach solchen Zeitstrecken sucht, deren Gleichheit die Grundlage der gesammten physikalischen Mechanik bildet. Es darf nicht überraschen, dass bei Aufstellung von Principien, aus denen der Inhalt einer empirischen Wissenschaft deduktiv soll abgeleitet werden können, Einsichten an die Spitze treten, welche induktiv erst auf einer höheren Stufe gewonnen wurden. Im Gegentheil! Was den Ausgangspunkt eines deduktiven Systems zu bilden vermag, wird stets eine späte Errungenschaft der induktiven Forschung sein, deren Resultate es in präciser Form zusammenfasst. Wir sind in dieser Beziehung durch die Einfachheit und Selbstverständlichkeit der mathematischen Axiome verwöhnt und übersehen, dass wir es hier mit begrifflichen Konstruktionen, in unserm Falle mit Thatsachen zu thun haben, denen für uns stets der Charakter des Zufälligen, nicht logisch Begründeten anhaftet, und von denen daher nie eine Gesammtheit in einem evidenten Principe zusammengefasst, beziehungsweise aus einem solchen abgeleitet werden kann. Darum ist der äussere Zwang, welchen

wir bei Präsentation der Neumann'schen Principe unangenehm empfinden zu müssen glauben, nicht ein ihnen speciell anhaftender Fehler, sondern ist principiell in der deduktivnaturwissenschaftlichen Systematik begründet.

»Wollten wir«, heisst es in einem allgemeiner gehaltenen Theile der Neumann'schen Schrift, »eine physikalische Theorie nicht von irgend welchen unbegreiflichen und hypothetischen Grundvorstellungen, sondern von Sätzen ausgehen lassen, die den Stempel unumstösslicher Sicherheit an sich tragen, die durch sich selber die Bürgschaft unangreifbarer Wahrheit bieten, so würden wir gezwungen sein, zu den Sätzen der Logik oder Mathematik unsere Zuflucht zu nehmen. Aus derartigen rein formalen Sätzen eine physikalische Theorie deduciren zu wollen, würde aber ein Ding der Unmöglichkeit sein[1])«.

Es ist noch ein weiteres Bedenken zu lösen, welches gegen die Neumann'sche Ableitung laut werden könnte: Wozu diesen Aufwand von drei Principen, nur um den einfachen Begriff gleicher Zeiten zu definiren? Wir werden hierbei Gelegenheit nehmen, eine wichtige Ergänzung zu dem zu liefern, was wir über das Verhältniss von Mannigfaltigkeit zu ihrem Maasse sagten, Ausführungen, auf deren Boden ja auch Neumann zu stehen scheint, insofern er das Maassprincip der Zeit nicht diesem Begriffe selbst entnimmt, sondern dasselbe in Gestalt einer Definition ihm hinzufügt.

Ist auch, wie wir gesehen haben, dass Maassprincip einer stetigen Mannigfaltigkeit nicht im Begriffe dieser selbst enthalten, so wäre es doch voreilig anzunehmen, dass man in der Wahl desselben — in der Bestimmung dessen, was man im speciellen Falle unter gleichen Quantitäten zu verstehen habe, — keinerlei Beschränkungen unterworfen sei. Soll es möglich sein, die zu erhaltenden Resultate in das bestehende

---

1) Neumann, l. c. p. 12.

wissenschaftliche System aufzunehmen, so müssen wir bei unserer Definition darauf Rücksicht nehmen, nicht in Konflikt mit den Grundlagen desselben zu gerathen. So darf ein Maassprincip insbesondere nicht im Widerspruch zu fundamentalen Grössenbeziehungen stehen.

Neumann giebt nicht eine nackte Definition gleicher Zeitepochen, er giebt auch die Voraussetzungen, auf Grund deren sie zu gelten vermag und welche eine Gewähr enthalten, dass die Definition keinerlei Element zwiefach bestimmt und dadurch zu einem Widerspruch gegen das Axiom führt, dass zwei Grössen, welche einer dritten gleich sind, auch unter sich es sind.

Die Neumann'sche Untersuchung hat eine Reihe von Arbeiten eröffnet, welche sich theilweise rühmen, im Grunde den in ihr vertretenen Standpunkt zu theilen. Ich habe mir aber vor Allem auch deshalb erlaubt, diesen Standpunkt ausführlicher zu behandeln und meine Auffassung desselben durch Citate zu belegen, weil die Neumann'sche Theorie, wie mir scheint, zuweilen völlig missverstanden worden ist, und es versucht wurde, gerade solche Punkte aus ihr zu eliminiren, in welchen ich ein besonderes Moment derselben erblicken möchte.

Neumann begnügt sich mit dem Ausdruck »sich selbst überlassen«, ohne eine besondere Definition desselben zu geben. Nicht so L. Lange in einem ersten Aufsatz über das Beharrungsgesetz[1]). Er glaubt, dass man als »sich selbst überlassen« gemäss einem Vorschlage von Mach solche Materie bezeichnen könne, »welche von anderer Materie hinreichend, oder in der Ausdrucksweise der reinen Mathematik unendlich weit gedacht wird«.

Man könnte Materie in unendlicher Entfernung von aller

---

1) Ludwig Lange, »Ueber die wissenschaftliche Fassung des Galileischen Beharrungsgesetzes« (Wundt, Philos. St. II p. 266).

